

# MPS 法による粘塑性流動解析

## Viscoplastic simulation by moving-particle semi-implicit method

○酒井 勇 (FTR), 島村 淳彦 (FTR)

Isamu SAKAI, Atsuhiko SHIMAMURA, Fuji Technical Research Co.,Ltd. Queen's Tower C 15F 2-3-5 Minatomirai, Nishi-ku, Yokohama-shi, Kanagawa 220-6219

Key Words: Meshfree-Particle Method, MPS method, Non-Newtonian flow, Viscoplastic flow

### 1. はじめに

泥, フレッシュコンクリート, ペイントなどの流体は, せん断応力が降伏値以下では流動せず, 降伏値以上では流動するといった非線形な挙動を示す. こうした性質を持つ流体は一般に粘塑性流体と呼ばれる.

本研究では粘塑性流体の材料特性を考慮した運動方程式を, 粒子法的一种である MPS 法<sup>1)</sup> の粒子間相互作用モデルを用いて離散化しシミュレーションを行った. 粒子法は大変形する液体の表面を容易に扱うことができるため, 例えば土石流<sup>2)</sup> やコンクリートの流動<sup>3)</sup> など土木工学の分野で応用範囲が広がると考えられる. そのため, 粒子法による粘塑性流体の計算手法の開発は重要なテーマである.

本報告では自由表面流れの代表的なベンチマークである水柱の崩壊問題に粘塑性モデルを適用し, その流動特性が Newton 流体のものとは大きく異なることを示す.

### 2. 支配方程式

粘度  $\eta$  が速度依存性をもつ流体の運動方程式は, 一般に以下のように書ける.

$$\frac{Du_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + 2D_{ij} \frac{\partial v}{\partial x_j} + K_i \quad (1)$$

ここで  $u_i$  は速度,  $P$  は静水圧,  $D_{ij}$  はひずみ速度テンソル,  $K_i$  は物体力である.  $\nu$  は動粘度であり,  $D_{ij}$  の不変量の関数であることと, 流体が非圧縮であることを考慮し,

$$\nu = \frac{1}{\rho} \eta(\dot{\gamma}), \quad \dot{\gamma} \equiv \sqrt{2D_{ij}D_{ij}} \quad (2)$$

と表せるものとする.

解析で粘塑性流体の不動状態を忠実に表現することは困難である. そこで本解析では, 粘塑性流体の構成式として以下の修正 Bingham モデル<sup>4)</sup> を用いた (Fig. 1).

$$\tau_{ij} = 2 \left\{ \eta_p + \frac{\tau_Y}{\dot{\gamma}} \left( 1 - \exp \left[ -\frac{\eta_0 - \eta_p}{\tau_Y} \dot{\gamma} \right] \right) \right\} D_{ij} \quad (3)$$

$\tau_{ij}$  は偏差応力テンソル,  $\tau_Y$  は降伏応力,  $\eta_p$  は塑性粘度を表す. この構成式は不動状態を高粘度の流体として近似するため, Bingham モデルに近づけるという意味では立ち上がりの粘度  $\eta_0$  は十分大きいことが望ましい.

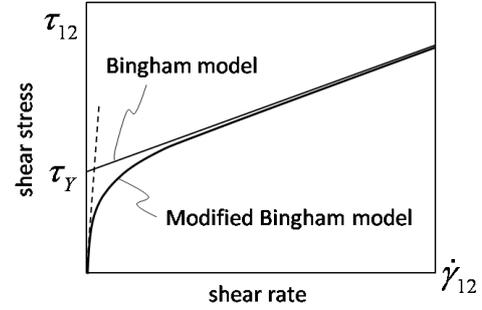


Fig. 1. Share stress versus share rate in simple share for viscoplastic fluid.

### 3. 離散化

式(1)は Navier-Stokes 方程式に, ひずみ速度と粘度の勾配の内積で表される非線形項を追加した形になっている. 本研究では, 粘度の勾配の計算に MPS 法の勾配モデルを用いた. また, ひずみ速度は速度勾配テンソル  $L_{ij}$  の対称成分として計算した (式 4).

$$\langle D_{ij} \rangle = \frac{1}{2} (\langle L_{ij} \rangle + \langle L_{ji} \rangle) \quad (4)$$

ここで,

$$\langle L_{ij} \rangle = \langle \nabla_j u_i \rangle \equiv \langle \nabla u_i \rangle^T \cdot \mathbf{e}_j \quad (5)$$

であり,  $\mathbf{e}_j$  は  $j$  方向の単位ベクトル,  $\langle \nabla \phi \rangle$  は勾配モデルを意味する.

以上より, 空間の離散化はすべて MPS 法の粒子間相互作用モデルの範囲で行ったことになる. なお非線形項の時間積分は MPS 法の仮速度を求める段階, すなわち粘性項や重力項と同じタイミングで陽的におこなった.

#### 4. 解析条件

解析で用いた物性値とモデルを示す (Fig. 2).

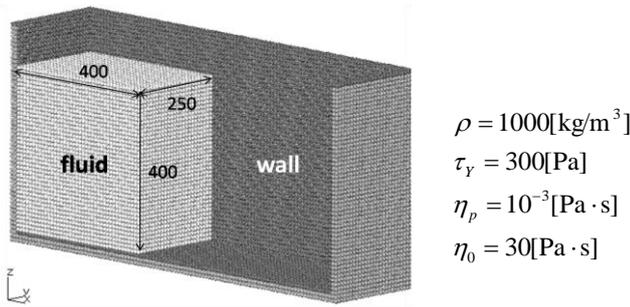


Fig. 2. Simulation model and parameters.

粒子径は 10 [mm], 流体粒子数は 40,000 である. 時間刻み幅は  $1.6 \times 10^{-4}$  [sec] とした. この値は拡散条件より決まる時間刻み幅の上限の 0.2 倍である. 壁境界は no-slip とした.

#### 5. 結果

計算結果を示す (Fig. 3 a-c).

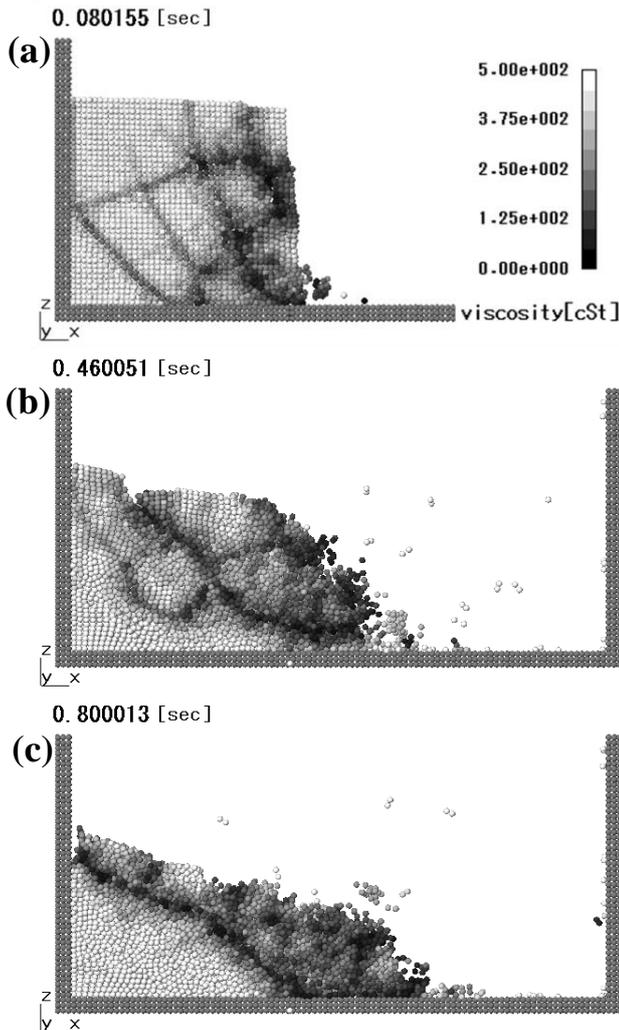


Fig. 3. Viscosity distribution (cross-section).

表示は y 方向に関して中心付近の断面であり, コンターは動粘度を示している. 色の濃い部分は粘度が低い領域, すなわち降伏状態にある領域である. これらの結果から, 水柱が崩壊に至る過程を三つの段階に分けるとすると以下のようなになる.

##### 段階 1. 亀裂進展

水柱の底の先頭部から中心部に向けて数本の亀裂が伸び, さらに縦横に進展する (Fig. 3 a).

##### 段階 2. 崩壊

いくつかの塊が亀裂に沿うような形で斜面を滑り落ちながら, より小さい断片へと破壊が進む (Fig. 3 b).

##### 段階 3. 表層流れ

不動領域と流動領域の二相に分かれる. 流動は表面近傍でのみ生じる (Fig. 3 c).

なお本解析では 1.0 秒の現象の再現に 5.7 時間の計算時間を要した (Intel Xeon 3.0GHz ×1).

#### 6. まとめ

MPS 法の粒子間相互作用モデルを用い, 速度依存粘度を持つ流体のモデル化を行った. 流体の構成則に, 低ひずみ速度では高粘度, 高ひずみ速度では低粘度となるようなモデルを用いることで粘塑性流動を模擬した. その結果, 水柱崩壊問題において, Newton 流体では見られない亀裂の発生や, 表層流れが確認できた.

粘塑性流体の運動方程式に含まれる非線形項は数値安定性が非常に悪く, 特に不動時の粘度が高い場合, 時間刻み幅を十分に小さく設定する必要があり計算時間が膨大となった. 高粘性流体における時間刻み幅の問題は, Newton 流体の場合, 粘性項を陰的に積分することで容易に解決できるが, 今回のように不安定性の原因が非線形項にある場合には, その問題に特化した別のアプローチの仕方が必要になると考えられる. また表面近傍で発生する飛沫の挙動に不自然な挙動が見られた. これは粒子の数密度が低い場合, ひずみ速度の計算精度が低下することが原因の一つである.

今回用いた離散化手法は時間依存性のない一般的な非 Newton 流体にも適用可能である. ただし現状は計算安定性の向上とともに, 実験データとの比較によるモデルの妥当性を検証することが, 最も重要な課題である.

#### 参考文献

- 1) 越塚誠一, 粒子法, 丸善, 2006.
- 2) 後藤仁志, 数値流砂水力学, 森北出版, 2004.
- 3) 富山潤, 入部綱清, 山田義智, 伊良波繁雄. ビンガム流体の流動解析における MPS 法の適用に関する研究. 計算工学講演会論文集, Vol.12, No.1, pp 83-84.
- 4) Giovanni P. Galdi, et al. Hemodynamical flows: modeling, analysis and simulation, Birkhäuser, 2008.
- 5) 藤田学, 牛島省. 固体粒子を含むビンガム塑性流体の数値解析手法の提案. 水工学論文集, Vol.50, pp. 745-750, 2006