

# 3D FINAL DESIGN による静動特性を考慮した形状最適設計

## Shape Optimization with Consideration to Static and Dynamic Characteristics By 3D FINAL DESIGN

正 趙 希祿 (富士テク)    ○ 中村 和彦 (富士テク)  
遠藤 正司 (富士テク)    名取 孝 (富士テク)

Xilu ZHAO, Fuji Technical Research Inc., Tenno-cho, Hodogaya-ku, Yokohama  
Kazuhiko NAKAMURA, Fuji Technical Research Inc.  
Masashi ENDOU, Fuji Technical Research Inc.  
Takashi NATORI, Fuji Technical Research Inc.

An almost machine structure has needed the demand from the static and dynamic characteristics. It is very important to examine for the optimum structure composition, when satisfying each of constrained conditions. In this paper, report how to analyze the optimization problem that take into consideration of static and dynamic characteristic simultaneously and some results, using structure optimum design system 3D FINAL DESIGN. Two application examples are calculated, the first example is the clamped beam structure shape optimization problem, and the second example is a gas-turbine compression machine blade shape optimization problem. By those results verified the validity of present methods and system functions.

*Key Words:* Structure Optimal Design, Basis Vector Method, Shape Optimization, Static and Dynamic Characteristic

変形や応力などの静的な力学特性と、固有振動数などの動的な力学特性を同時に考慮する構造最適化問題は、機械設計分野でよく見られている。即ち、静的な制約条件を満足したうえでより良い振動特性を追求するか、動的な制約条件を満足したうえでより良い静的特性を追求するか、あるいは両方の特性要求をすべて満足した上で重量の最小化を求めるなどである。いずれにしても、異なる性質のもつ構造応答特性を同時に考える必要がある。

幅広い機械産業界では、中小規模かつ多品種の「部品レベルの構造最適化問題」が多数存在している。ここで関連する解析の大半は線形弾性範囲の静解析と固有値解析であるといえる。設計する際に、設計者の経験や会社規格などにより、部品レイアウトまたは位相関係を決めた段階において、部品に対する変形量、応力、反力および固有振動数の制約条件をかけた上で、幾何学形状や板厚などパラメータを調整することによって、個別部品の詳細にまで構造最適化を実施する。しかし、機械部品のほとんどは、三次元的に複雑な形状をもち、かつ運転時における複雑な荷重条件があるため、なるべく多くの部品構造最適化に対応できる、設計者が直接使用できる汎用構造最適設計ソフトウェアの必要性がますます強まっている。

このような要求に応じて開発した 3D FINAL DESIGN は、産業界における様々の設計分野によく見られている構造最適化問題を解決するための専用ソフトウェアである。3D FINAL DESIGN のプログラム構成は、構造解析と、設計感度解析及び最適化モジュールを一体化とし、さらにプリプロセッサとポストプロセッサを加えて構成した構造最適設計パッケージである。

中小規模構造を中心とする部品レベルの構造最適化問題を対象として、その静的および動的な力学特性を同時に考慮したうえで、3D FINAL DESIGN を利用し 2 つの構造最適化事例を計算した。

一つの事例は多荷重ケースを受ける片持ち梁の形状最適化である。解析ケースは引っ張り荷重の静解析、曲げ荷重の静解析と自由振動固有値解析がある。最適化の目的は構造の 1 次固有振動数と 2 次固有振動数をそれぞれ指定された期待値に近づけることである。調整する設計変数は構造外形を表す幾何学パラメータである。制約条件は引っ張り荷重ケースでの最大変形量と最大応力をそれぞれ許容値以下と、曲げ荷重ケースでの最大変形量と最大応力をそれぞれ許容値以下と、3 次固有振動数と 4 次固有振動数をそれぞれ指定された周波数範囲以内とする。

もう一つの事例はガスタービン圧縮機羽根の形状最適化である。解析ケースは運転時に遠心力をかける静解析と自由振動固有値解析がある。最適化の目的は構造の 1 次固有振動数を指定された期待値に近づけることである。調整する設計変数は前例と同様に構造外形を表す幾何学パラメータである。制約条件は運転時に遠心力をかける時に、羽根先端における最大変形量を許容値以下と、羽根表面の各部位における最大応力を許容値以下と、羽根ルート面付近における最大応力を許容値以下とする。

この二つの適用例における形状最適化には、基本形状変更パターンをベースとしたベシスベクトル法を適用した。

最適化計算結果より、2 つの計算例はすべて実用的な最適解が得られた。さらに、変形や応力などの静的な力学特性と、固有振動数などの動的な力学特性を同一の最適化モデルに導入して、本最適化システムを用い計算するには、効率がよく最適構造を求められることがわかった。また構造形状最適化するには、ベシスベクトル手法を利用することが適当であることが明らかになった。

今後、構造最適設計システム 3D FINAL DESIGN は、本文に扱った機械分野における静動特性を考慮した構造設計問題のみならず、幅広い産業界の構造最適化問題に応用されることが期待できる。

## 1. はしがき

機械構造を設計する際に、しばしば静的な特性と動的な特性を同時に考える必要がある。即ち、静的な制約条件を満足したうえでより良い振動特性を追求するか、動的な制約条件を満足したうえでより良い静的特性を追求するか、あるいは両方の特性要求をすべて満足した上で重量の最小化を求めるなどである。いずれにしても、異なる性質のもつ構造応答特性を同時に考える必要がある。それらの性能を満足させる基礎となる最適化解析の重要性は、特に機械産業界では早くから認識されていた。

八十年代から FEM 解析を用いた構造最適化解析がスタートし、梁の断面積や板厚などを設計変数とすいて、いわゆる構造サイジング最適化が盛んに行われていた。最近、スーパーコンピュータを始めとするハードウェアの進歩、かつ大規模非線形解析技術の充実と共に、近似モデルを背景に実験計画法やニューラルネットワークを導入して、最適化の検討範囲及びモデル規模が一層拡張されている<sup>(1)</sup>。

一方、幅広い機械産業界では、よく見られている中小規模かつ多品種の「部品レベルの構造最適化問題」が多数存在している。ここで関連する解析の大半は線形弾性範囲の静解析と固有値解析であるといえる。設計者の経験や会社規格などにより、部品レイアウトまたは位相関係を決めた段階において、部品に対する変形量、応力、反力および固有振動数の制約条件をかけた上で、幾何学形状や板厚などパラメータを調整することによって、個別部品の詳細にまで構造最適化を実施する。しかし、機械部品のほとんどは、三次元的に複雑な形状をもち、かつ運転時における複雑な荷重条件があるため、なるべく多くの部品構造最適化に対応できる、設計者が直接使用できる汎用構造最適設計ソフトウェアの必要性がますます強まっている。

このような要求に応じて開発した 3D FINAL DESIGN は、産業界における様々の設計分野によく見られている構造最適化問題を解決するための専用ソフトウェアである<sup>(2),(3)</sup>。3D FINAL DESIGN のプログラム構成は、構造解析、設計感度解析及び最適化モジュールを一体化とし、さらにプリプロセッサとポストプロセッサを加えて構成した構造最適設計パッケージである。

本文では、中小規模構造を中心とする部品レベルの構造最適化問題を取り扱い、その静的および動的な力学特性を同時に考慮したうえで、3D FINAL DESIGN を利用し計算した最適化事例を報告する。一つの事例は多荷重ケースを受ける片持ち梁の形状最適化である。解析ケースは引っ張り荷重の静解析、曲げ荷重の静解析と自由振動固有値解析がある。最適化の目的は構造の 1 次固有振動数と 2 次固有振動数をそれぞれ指定された期待値に近づけることである。調整する設計変数は構造外形を表す幾何学パラメータである。制約条件は引っ張り荷重ケースでの最大変形量と最大応力をそれぞれの許容値以下と、曲げ荷重ケースでの最大変形量と最大応力をそれぞれの許容値以下と、3 次固有振動数と 4 次固有振動数をそれぞれ指定された周波数範囲以内とする。もう一つの事例はガスタービン圧縮機羽根の形状最適化である。解析

ケースは運転時に遠心力をかける静解析と自由振動固有値解析がある。最適化の目的は構造の 1 次固有振動数を指定された期待値に近づけることである。調整する設計変数は前例と同様に構造外形を表す幾何学パラメータである。制約条件は運転時に遠心力をかける時に、羽根先端における最大ねじり変形量を許容値以下と、羽根表面の各部位における最大応力を許容値以下と、羽根ルート面付近における最大応力および応力差を許容値以下とする。二つの適用例における形状最適化には、基本形状変更パターンをベースとしたベシスベクトル法を適用した<sup>(4)</sup>。

## 2. 3D FINAL DESIGN の概要

3D FINAL DESIGN は、汎用構造解析モジュール、設計感度解析モジュール及び最適化手法モジュールを一体化とし、さらにプリプロセッサとポストプロセッサを加えて構成した構造最適設計専用パッケージである。

構造解析モジュールには静解析、振動固有値解析、温度分布と熱応力解析を含む。設計感度解析モジュールには直接微分法と差分法を、最適化手法モジュールには逐次二次計画法と逐次線形計画法を適用する。形状最適化における基本構造形状の定義と変更には、ベシスベクトル法を利用した。また、基本形状の作成にあたって、プリプロセッサにはベシスベクトルの自動生成機能を追加した。

繰り返し計算の高速化を実現するため、各種の要素や解法などを検討したうえで、すべてのモジュールを自主開発している。3D FINAL DESIGN に扱う構造最適設計機能は下記のように設定している。

- 目的関数：構造重量の最適化  
構造変形の最適化  
応力分布の最適化  
拘束反力の最適化  
熱応力分布の最適化  
固有振動数の最適化
- 設計変数：板厚  
構造幾何学形状（ベシスベクトル係数）
- 制約条件：構造重量の上限値と下限値  
構造変形の上限値と下限値  
集中応力の上限値と下限値  
拘束反力の上限値と下限値  
温度の上限値と下限値  
熱応力の上限値と下限値  
固有振動数の上限値と下限値

具体的な構造条件と設計要求に対して、以上の機能項目からいくつかを選択し最適化問題を構成することができる。最適化手法は、比較的安定な収束性をもつ、且つ経験係数（ベナルティ係数や拡張ラグランジュ変数など）を持たない逐次二次計画法と逐次線形計画法を適用する。また、静荷重と熱荷重の組合せ、静荷重と固有値の組合せ、静荷重が多ケース発生した場合など、多数の計算条件の組合せを同時に考慮した最適解を求めることが可能である。

3D FINAL DESIGN のモジュール構成は図 1 に示す。



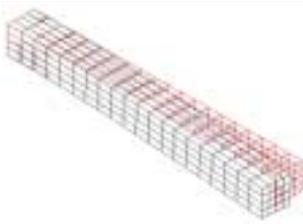
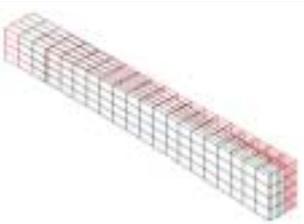
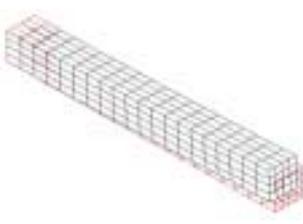
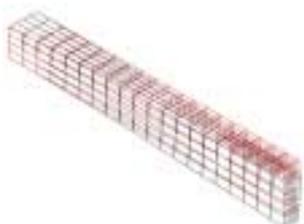
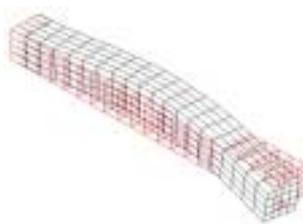
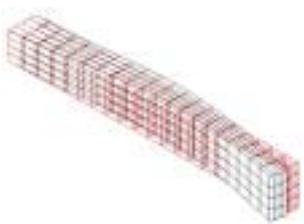
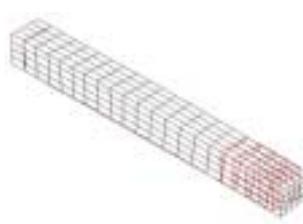
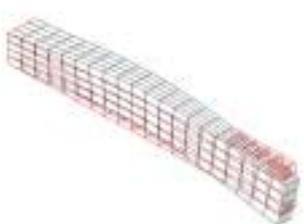
最適化前後での構造形状を表現するベシスベクトルは表2に示す。

Table.2 Comparison of Basis Coefficients

Basis Coefficient	1	2	3	4
Initial Shape	0.0	0.0	0.0	0.0
Optimal Shape	1.000	-0.939	0.046	-0.128

表2より、表1に示した基本形状の中に、基本形状1は幅を薄くする方向に最大限の100%、基本形状2は高さを小さくする方向に-93.9%、基本形状3は下に曲がる方向に4.6%、基本形状4は横に曲がる方向に12.8%を、それぞれの割合で組合せて最適な構造形状が構成される。最適化前後の構造形状と振動モードをまとめ、表3のような結果になった。

Table.3 Structure Shape and Natural mode of Vibration

Initial Shape	Optimal Shape
	
1st Natural Mode 206.94Hz	1st Natural Mode 201.92Hz
	
2nd Natural Mode 206.94Hz	2nd Natural Mode 249.75Hz
	
3rd Natural Mode 1240.6Hz	3rd Natural Mode 1014.6Hz
	
4th Natural Mode 1240.6Hz	4th Natural Mode 1476.2Hz

#### 4. ガスタービン圧縮機羽根の形状最適化事例

図3に示すのはガスタービン圧縮機羽根の構造である。羽根が回転数 3600rpm で回転することによる遠心力と、羽根の腹側全面に等分布体積荷重が働く。FEM メッシュは節点数 1620、三次元六面体要素 989 個である。

最適設計の目的関数は、1次固有振動数を遠心力の影響を考慮した目標値 182.3Hz に近づけることとする。制約条件は羽根先端ねじれ変形を表す両端にある節点の相対変位と、羽根ルート面及び表面の応力にそれぞれ上限値を課し、合わせて 25 個である。

設計変数は、図5に示すように羽根根元のルート面から先端までの 20 断面を、それぞれ厚さを変更させるベシスベクトル変数 (20 個) と、羽根全体を x, y 方向に倒すベシスベクトル変数 (2 個) とし、あわせて 22 個である。

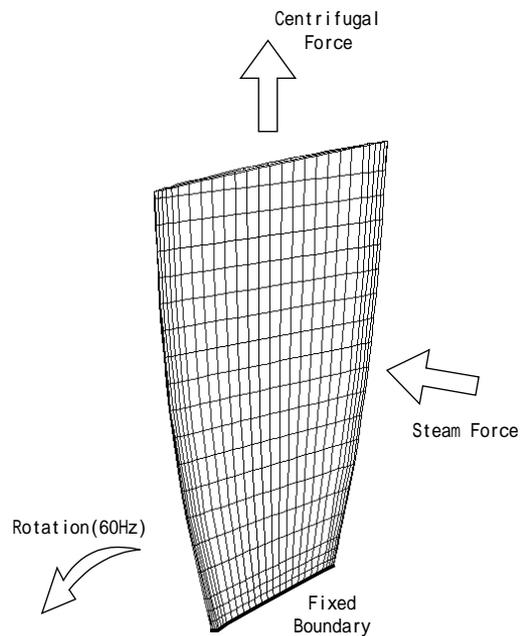


Fig.4 Structure of Gas Turbine Compressor Blade

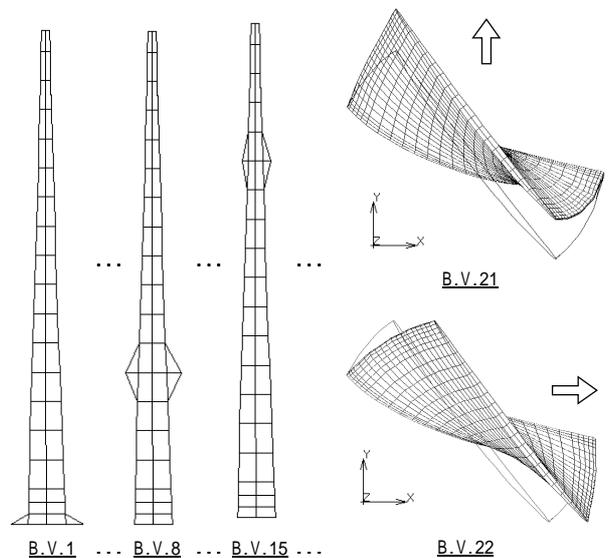


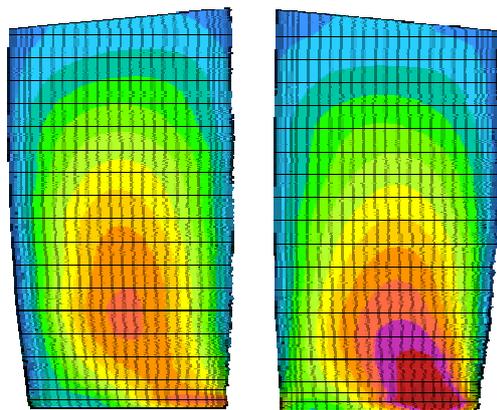
Fig.5 Basis Vectors of the Blade Shape Change

最適化前後の計算結果を比較して、目的関数となる1次固有振動数は174.75Hzから、目標値の182.30Hzに近い周波数182.24Hzになった。これは最適化の目的を達成したことを意味している。

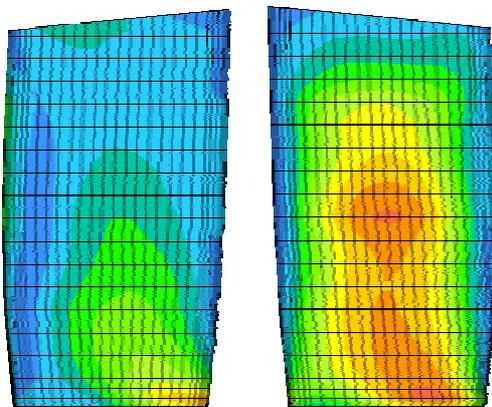
羽根の重量は7.84kgから5.96kgに約24%減量された。また、遠心力が働くため、羽根本体はその中心軸にねじり変形量を示す羽根先端にある両端の相対変位は、x方向が2.24mmから1.14mmまで約49%、y方向が1.72mmから0.84mmまで約51%下がった。

Table.4 Changes of some constrained stress (kg/mm<sup>2</sup>)

Part	EL.	Limit	Initial	Optimum	Change (%)
Root	E1	30.0	34.77	22.88	-34.22
	E3	30.0	31.56	28.16	-10.77
	E4	30.0	34.16	21.47	-37.14
Surface	E5	25.0	26.54	21.00	-20.86
	E6	25.0	27.65	22.44	-18.84
	E7	25.0	28.63	23.19	-19.01
	E8	25.0	29.36	23.07	-21.42
	E9	25.0	29.05	22.67	-21.97
	E10	25.0	27.63	22.25	-19.45



(a). Initial Shape (Right: Back Side, Left: Belly Side)



(b). Optimal Shape (Right: Back Side, Left: Belly Side)

Fig.6 Mises Stress Distribution of blade

代表的な制約応力値の変化を表4に示す。表中より、初期設計において、かなり多くの制約応力是对應する許容値を超えている。すなわち初期設計案は実用できない案であることをしめしている。一方、最適設計案では、固有振動数指標で表す最適化目的を達成された同時に、すべての制約応力値を許容範囲以内に調整された。

また、最適化前後において、羽根の応力 (Mises) 分布のコンター図を図6に示す。図中の (a) は、初期設計形状での応力分布であり、図の左側は羽根背側の応力分布、図の右側は羽根腹側の応力分布である。同じく図中の (b) は、最適設計形状での応力分布である。

図中より、初期設計形状と比較し、最適設計形状では、背側の根元ルート面付近での応力集中を羽根の中央部に分散させ、はっきりした応力集中部位が一箇所から二箇所となり、羽根全面に渡って根元と中央部がほぼ同じレベルの応力分布となった。一方、腹側の応力分布パターンはほとんど変わらないが、羽根中央部での応力集中はなくなり、根元ルート面付近での集中応力値は大幅に小さくなったことが明らかになった。

## 5. まとめ

1. 幅広い機械産業界における静解析、熱応力や振動固有値問題を中心とする部品レベルの構造最適設計専用システム3D FINAL DESIGNを開発した。その特徴としては、プリプロセッサ、最適設計、構造解析、感度解析およびポストプロセッサなどの機能モジュールをすべて自主開発し、一つのパッケージにすることである。

2. 変形や応力などの静的な力学特性と、固有振動数などの動的な力学特性を同一の最適化モデルに導入して、本最適化システムを用い計算した結果より、効率がよく最適構造を求められることがわかった。

3. 構造形状最適化するには、基本形状変更パターンをベースとしたベシスベクトル手法を利用することが適当であることが明らかになった。

4. 実際に片持ち梁の形状最適化とガスタービン圧縮機羽根の形状最適化問題を計算例として、設計目的は固有振動数を指定された期待値に近づけることとする。制約条件には変形や応力などの静的な力学特性と固有振動数などの動的な力学特性を同時に考慮する。2つの計算例はすべて実用的な最適解が得られた。

## 参考文献

- (1) 萩原一郎, 最適化手法の動向とこれからの方向について, 振動騒音の最適化, 自動車技術会 1998, p381-388
- (2) 趙希祿 他, 構造最適設計システムの開発について, 第17回設計シンポジウム, 1999, p77-81
- (3) 趙希祿 他, 構造最適化プログラム3D FINAL DESIGNの開発と応用, 機講論 No.99-27, p169-172
- (4) 趙希祿 他, ベシスベクトル法を用いた三次元構造の形状最適設計, 機講論 No.99-7, p139-142