536　ベーシスベクトル法を用いた三次元構造の形状最適設計

Optimal Design for 3D Structure by Basis Vector Method

○ 正 趙　希禄 （富士テクニカルリサーチ）　中村 和彦 （富士テクニカルリサーチ）
遠藤 正司 （富士テクニカルリサーチ）　名取　孝 （富士テクニカルリサーチ）

Xilu ZHAO, Fuji Technical Research Inc.
Kazuhiko NAKAMURA, Fuji Technical Research Inc.
Masashi ENDOU, Fuji Technical Research Inc.
Takashi NATORI, Fuji Technical Research Inc.

In this paper, the basis vector method is applied to the optimization of 3D structure. It examined some problems, such as: control of the inside substructure when the boundary form is changed; in connection with the independence of basis vectors, and how to create the basis vector effectually. In the numerical example, it carried out the validity of present methods by the result, which calculated optimization problem of structure.

Key Words: Optimal Design, Basis Vector Method, Shape Optimization, Structural Design

1．はしがき

最近、設計期間の短縮や設計コストの削減を目指し、構造最適設計に関する研究は大幅に進んでおり、数々の研究論文や報告が発表された。

従来の形状最適化では、直接に各節点の座標値を設計変数とする。最適化問題の規模により、設計変数の数が膨大になり、解析メッシュのリメッシング、設計変数のグルーピングやコントロールなど問題が多数存在している。これらの問題に対して、一つの設計変数で複数の節点を同時にコントロールできる特長をもつベーシスベクトル法が提案された。

しかし、ベーシスベクトル法を実際的な三次元構造の形状最適化問題に応用するには、外部形状変数の変化にともない穴などの内部形状のコントロール、各ベーシスベクトルの間に依存すべき関係や従来の入力データと異なるベーシスベクトルの作成などの問題が、まだ十分に解決できず多数存在している。

本報告では、三次元形状最適化問題にベーシスベクトル法を適用する際に、幾つかの応用問題を取扱い、詳細な検討を行ったうえで、それぞれ計算アルゴリズムを与える。また、数値計算例を使って提案した方法の妥当性と有効性を検証する。

2．最適化問題

本報告に扱った三次元構造の形状最適化問題を、数式的に次のように定式化する。

$$
\begin{aligned}
&\text{Find} && x=[x_1,x_2,\ldots\ldots,x_n]^T \\
&\text{Minimize} && W=f(x) \\
&\text{Subject to} && x_{li}\le x_i\le x_{ui} \qquad i=1,2,\ldots\ldots,n \\
& && g_j(x)\ge 0 \qquad j=1,2,\ldots\ldots,m
\end{aligned}
\qquad \text{......（1）}
$$

ここでは、$x=[x_1,x_2,\ldots\ldots,x_n]^T$ は設計変数であり、板厚と節点座標グループで表す形状変更パターンのベーシスベクトル係数とする。$w=f(x)$ は目的関数であり、それぞれ構造の重量、変位、応力とする。$g_j(x)\ge 0$ （$j=1,2,\ldots\ldots,m$）は制約条件であり、それぞれ構造の重量、変位、応力をある一定値より小さいとする。

最適化計算をする際に、１つの最適化問題として、設計変数と制約条件の数は自由に設定することができることに対し、目的関数は１つしか対応できない。

最適化問題（１）を解くために、逐次２次計画法あるいは逐次線形計画法を適用する。

3．形状最適化のベーシスベクトル法

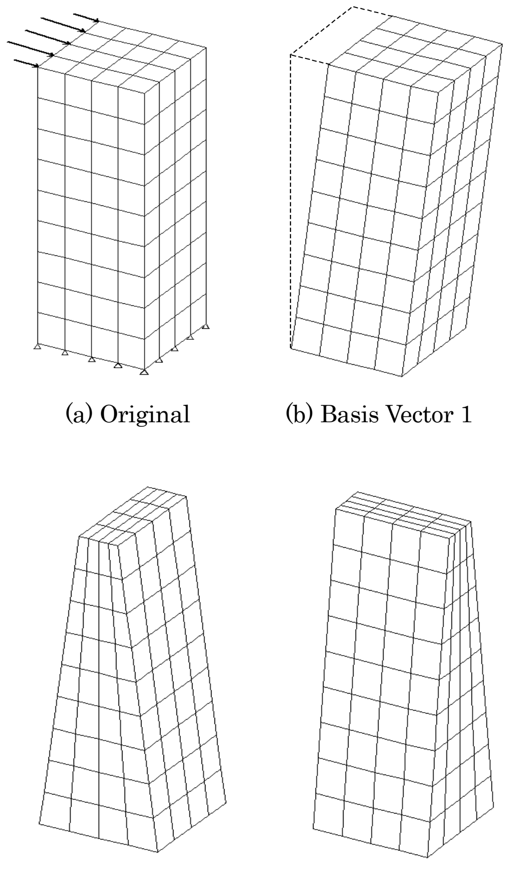
ベーシスベクトル法は、従来の各節点座標値を直接設計変数として用いる変わりに、あるまとまった節点グループの移動を一つの形状変化のパターンとみなし、一つの形状設計変数で対応させる。そして、いくつかの形状変化パターンを定義して、最終的な最適な形状を得るための形状変化の基本形状として利用するものである。

図１の例では、α_0、α_1、α_2、α_3 は、各基本形状のもつ節点座標ベクトルを示す。実際の最適化計算では、各基本形状にそれぞれ重み係数をかけて組合せることにより、様々な形状を形成することができる。具体的には、次式で計算される。

$$\alpha=\alpha_0+x_1(\alpha_1-\alpha_0)+x_2(\alpha_2-\alpha_0)+\ldots\ldots+x_k(\alpha_k-\alpha_0) \qquad \text{..........（2）}$$

ここでは、α は形成される形状ベクトル、α_0 はオリジナル形状ベクトル、α_i （$i=1,2,\ldots\ldots,k$）はベーシスベクトルである。重み係数 x_i は直接に設計変数とする。

設計変数 x_i は、連続変数であるので、形成される形状の数は無限にあることが考えられる。



(a) Original　　　(b) Basis Vector 1

(c) Basis Vector 2　　　(d) Basis Vector 3

Fig.1　Original shape and basis vectors

図１では、オリジナルベクトルα_0はオリジナル形状の節点座標、ベーシスベクトルα_1、α_2、α_3はそれぞれ各ベーシス形状 1、2、3 の節点座標から構成される。最適化計算中に、ベーシスベクトルα_1、α_2、α_3は常に変わらなく、ある設計変数x_1、x_2、x_3を与えた時、それに対応する形状の節点座標αは式（２）で計算される。

３－１．内部形状のコントロール

実際の形状最適化問題では、構造の外部形状の変化にともない、内部にある穴などを、外形寸法とある比例関係を保ちつつ大きさあるいは位置を変えるか？外部形状の変化を無視し常に一定の大きさあるいは位置を維持するか？......、さまざまな要求がよく見られる。

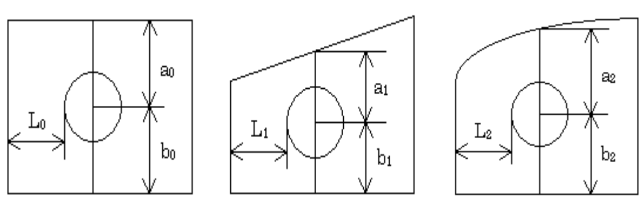


Fig.2　Control of inside form in basis vector method

上記の問題を調べて分類してみると、たいてい内部形状の位置、大きさおよび境界までの距離をコントロールすることにまとめられる。

これに対して、本報告は次の準則を提案した。

準則１．図２で、比例関係$\dfrac{a_0}{b_0}=\dfrac{a_1}{b_1}=\dfrac{a_2}{b_2}$とすれば、任意の重み係数$x_i$の組合せに対しても、形成される形状ベクトルの点は常に同じ比例関係をもつ。

準則２．図２で、任意二点の距離$L_0=L_1=L_2$とすれば、任意の重み係数x_iの組合せに対しても、形成される形状ベクトルの点は常に同じ距離をもつ。

この２つの準則は、図２に示した幾何学的な関係を式（２）に代入して、簡単に証明することができる。紙面の関係で証明過程を省略する。

最適化計算する前にオリジナルベクトルα_0とベーシスベクトルα_1、α_2、α_3を作成する時に、この２つの準則に基づき、各ベーシスベクトルを作っておけば、内部形状の位置、大きさ、あるいは境界までの距離などをコントロールすることができる。

３－２．ベーシスベクトルの独立性

式（２）を使い最適形状を求めるときに、任意の重み係数x_iの組合せに対して、出来た形状は各ベーシスベクトルの線形結合と考えられる。

図１の例では、３つのベーシスベクトルを用いた形状最適化をする場合で正しく最適解が求められる。しかし、図３に示す形状を新しいベーシスベクトルα_4として追加して、４つのベーシスベクトルを用いた形状最適化をする場合は、最適化計算は、なかなか収束しにくく最適解が求められない。

その理由としては、図 1(c)、(d)のベーシスベクトルα_2とα_3を足して、ちょうど図３の形状ベクトルα_4になる。即ち、ベクトルα_4は他のベーシスベクトルα_1、α_2、α_3の線形結合で表される。それに起因して、最適化計算はなかなか収束しない。

この問題を避けるため、事前に作っておいた各ベーシスベクトルが互いに独立性を持つことが必要である。

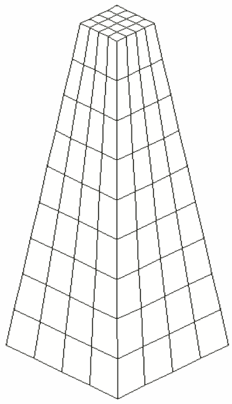


Fig.3　The new basis vector　α_4

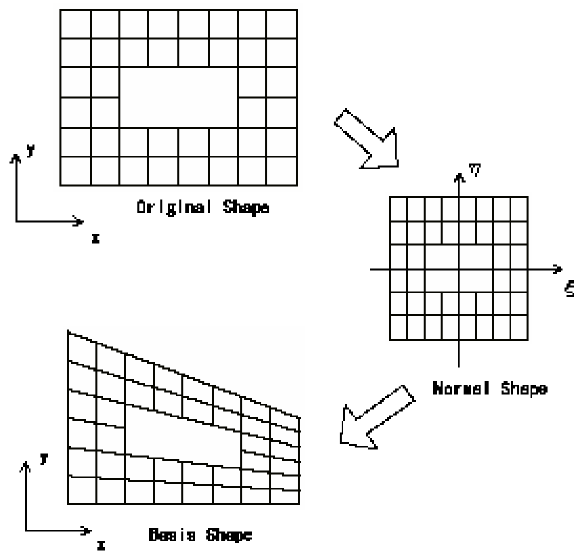


Fig.4　Coordinate transformation for create basis vector

３－３．ベーシスベクトルの作成

ベーシスベクトル法を用い形状最適化をする前に、幾つかの変更可能な形状、およびその節点座標で表すベーシスベクトルを作成する必要がある。

本報告では、有限要素法のアイソパラメトリック要素の座標変換公式を用いた構造内部の節点と節点の間にある距離の幾何学的に比例関係を保ちながら、オリジナルベクトル α_0 をベーシスベクトル α_i （$i=1,2,......,k$ ）に変換する方法を考案した。

座標変換の手順は下記のようになる。

１．全体座標系 $o-xy$ でオリジナル形状と座標ベクトル α_0 を作成する。

２．オリジナル形状のキーノードを用い、ベクトル α_0 を全体座標系 $o-xy$ から正規化座標系 $o-\xi\eta$ に変換する。

３．ベーシスベクトル α_i のキーノードを設定する。平面の場合は、キーノードの数が８個、三次元の場合は２０個とする。

４．ベーシス形状のキーノードを用い、正規化座標系 $o-\xi\eta$ にオリジナルベクトル α_0 を全体座標系に変換しベーシスベクトル α_i を得る。

以上の作業をすべてのベーシス形状について繰返し行った結果、ベーシスベクトル α_i （$i=1,2,......,k$ ）が得られる。

４．数値計算例

図５に示す三次元板組立て構造を考える。構造は４枚の板から構成され、中央の下部に拘束する。板の端に４点の集中荷重をかかる。最適化の設計変数は４枚の板の厚さと図６に示す１２個のベーシスベクトル係数を含め、あわせて１６個である。制約条件は、４つの荷重点の応力が 12.0 kgf/mm^2 以下、４つの荷重点の撓みが 0.5mm 以下、２対の対称荷重点の撓みの差が 0.05mm 以下、重量は 130kg 以下とし、合わせて１１個である。最適化の目的は、荷重点の変位の最小化、荷重点の応力の最小化、構造重量の最小化の３つの最適化問題に分けて計算する。

（1）変位最小化　最適化計算は３回繰返し計算を経て収束した。その最適形状は図７に示す。目的変位と制約条件の変化は図８～11 に示し、横軸は繰返し計算回数である。

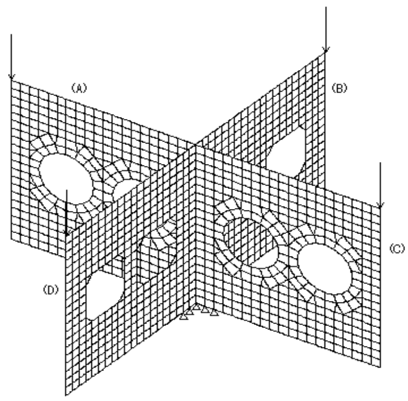
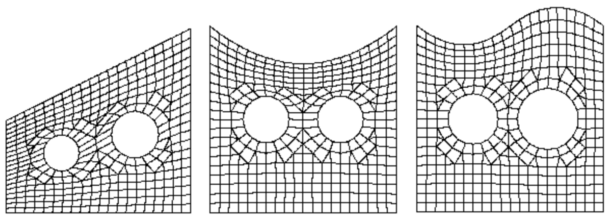
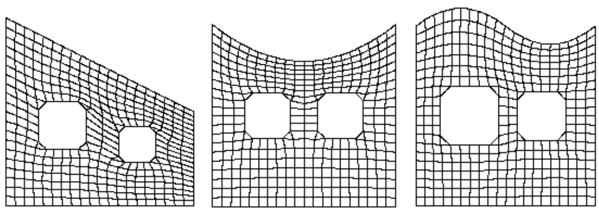


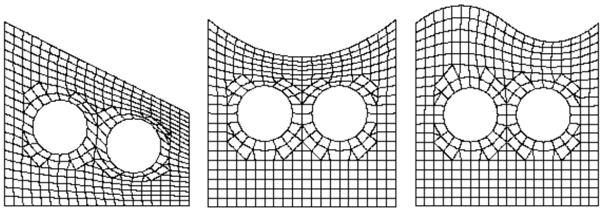
Fig. 5　A 3D plate assembly structure



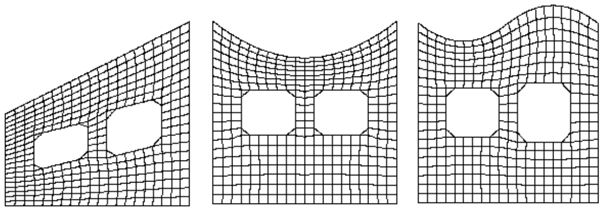
(a) Basis vector 1,2,3 at plate (A)



(b) Basis vector 4,5,6 at plate (B)



(c) Basis vector 7,8,9 at plate (C)



(d) Basis vector 10,11,12 at plate (D)

Fig. 6　Basis vector of 3D plate assembly structure

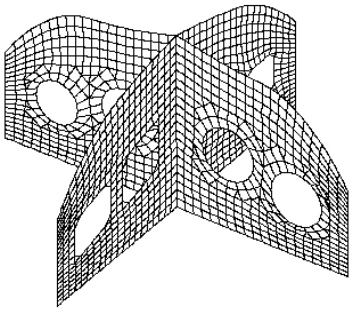


Fig.7　Optimal shape for minimum displacement

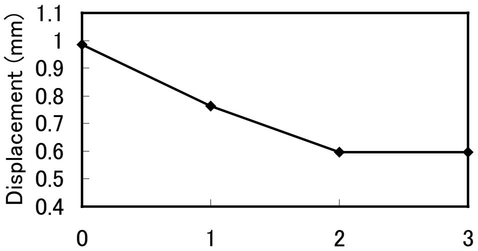


Fig.8　Change of object displacement

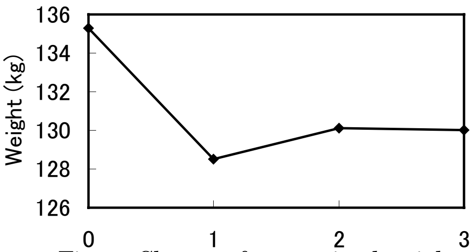


Fig.9　Change of constrained weight

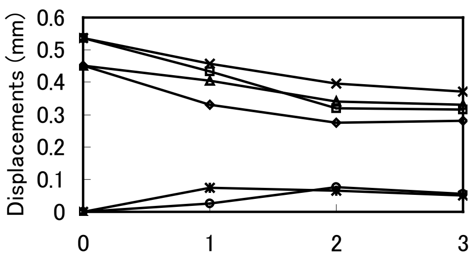


Fig. 10　Change of constrained displacements

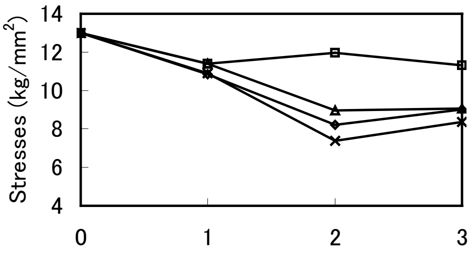


Fig.11　Change of constrained stresses

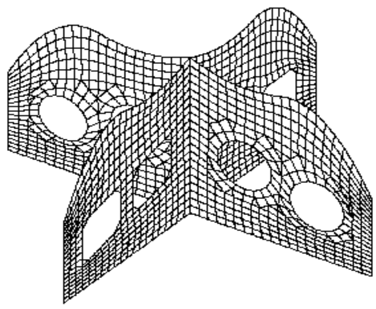


Fig.12　Optimal shape for minimum stress

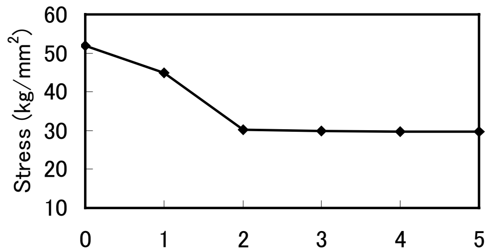


Fig.13　Change of object stress

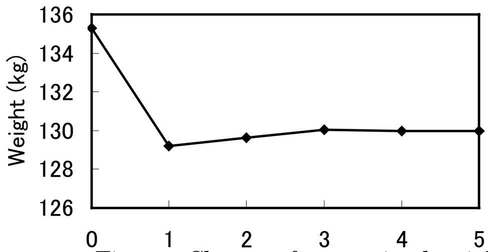


Fig.14　Change of constrained weight

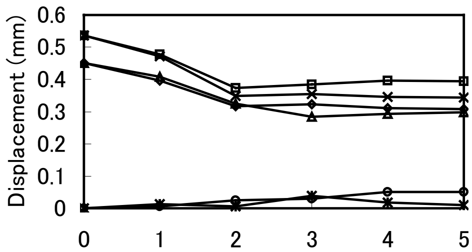


Fig. 15　Change of constrained displacements

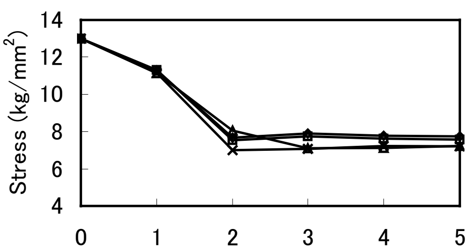


Fig.16　Change of constrained stresses

（2）応力最小化　最適化計算は５回繰返し計算を経て収束した。応力最小化の最適形状は図 12 に示す。目的変位と制約条件の変化は図 13～16 に示し、各図の横軸は繰返し計算の回数を表す。

（3）重量最小化　ここでは省略する。

５．まとめ

本報告は三次元形状最適化にベーシスベクトル法を適用する際に、内部形状のコントロール、ベーシスベクトルの独立性と作成法などの問題について詳細な検討を行った。また、数値例の結果によって提案したアルゴリズムの有効性を明らかにした。

参考文献　略